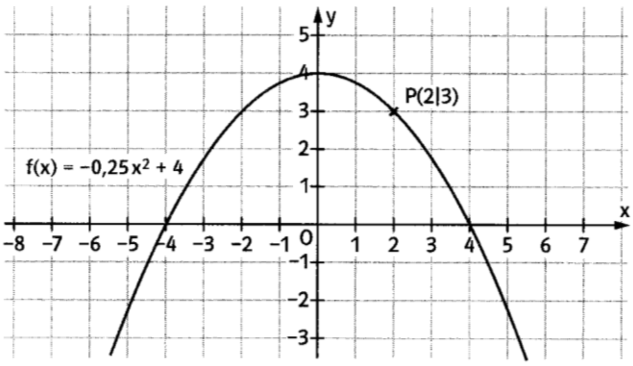
Ma Jg:	Ab: Vertiefungsfach Mathe	Sj:
Name:	**M6 – Veränderungen/Abl - Standardaufgaben**	Datum:

Die Standardaufgaben ähneln den Testaufgaben mit der jeweiligen Aufgabennummer. Daher kannst du die Musterlösungen der Testaufgaben verwenden, wenn du nicht weißt, wie man die Aufgabe löst.

1 Tangenten einzeichnen und Gleichung bestimmen

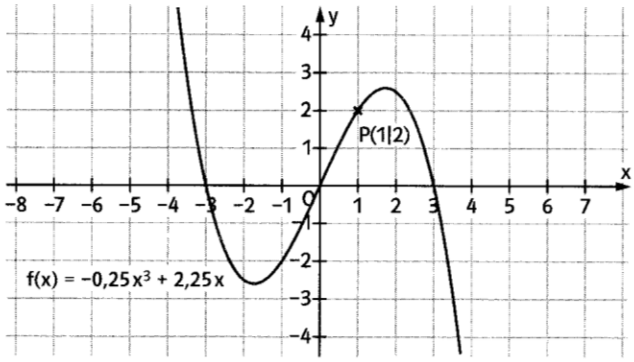
a) Zeichne die Tangente im Punkt P ein und bestimme anhand der Zeichnung die zugehörige Geradengleichung.

(1)



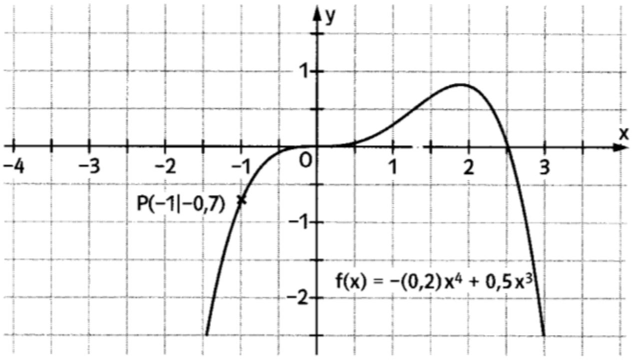
t(x) = ______________________

(2)



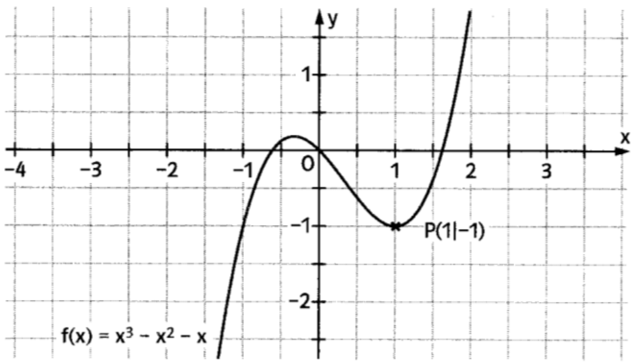
t(x) = ______________________

(3)



t(x) = ______________________

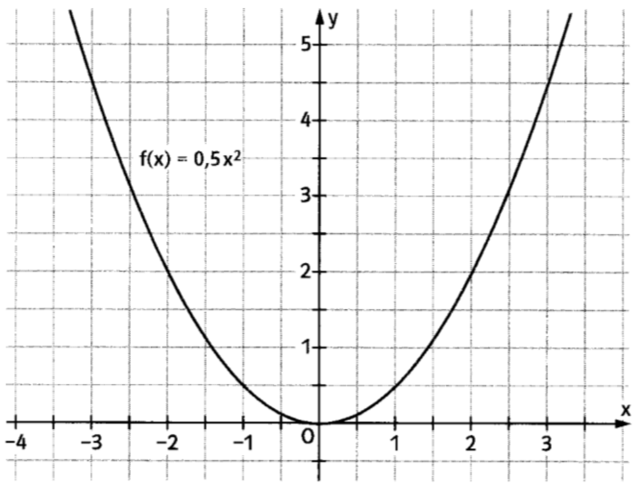
(4)



t(x) = ______________________

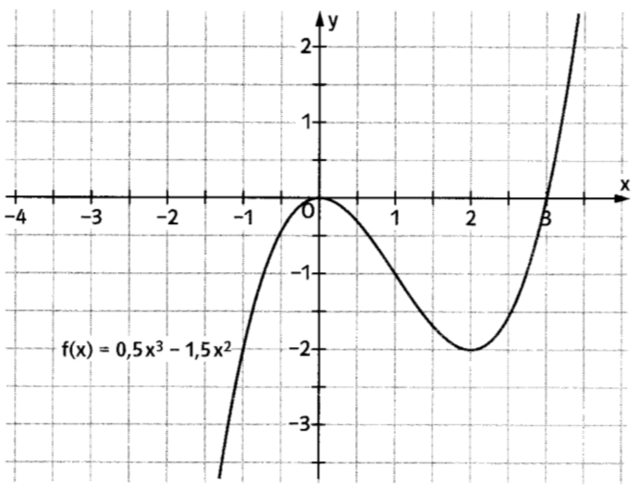
b) Bestimme näherungsweise durch das Einzeichnen einer Tangente den Wert der Ableitung zu den angegebenen x-Werten.

(1)



x	−3	−2	−1	0	1	2	3
f′(x)							

(2)



x	−1	0	1	2	3
f′(x)					

Ma Jg:	Ab: Vertiefungsfach Mathe	Sj:
Name:	**M6 – Veränderungen/Abl - Standardaufgaben**	Datum:

2 Bestimmen der Ableitung nach den Ableitungsregeln

a) Bestimme mithilfe der Ableitungsregeln jeweils die erste Ableitung.

(1) $f(x) = 0{,}6x^3 + x + 1$ (2) $f(x) = 7x^5 + 13x^2 - 11$ (3) $f(x) = -2x^4 + 5x^2 + 13$

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______

(4) $f(x) = -70x^5 + 3x$ (5) $f(x) = 0{,}1x^6 + 3{,}2x - 11$ (6) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{9}x^2 + \frac{1}{5}$

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______

(7) $f(x) = (x + 2) \cdot (x - 5)$ (8) $f(x) = (x^2 + x) \cdot (x^2 - 5)$ (9) $f(x) = x \cdot (2x^3 + x)$

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______

(10) $f_{a,b}(x) = ax^3 + bx$ (11) $f_t(x) = x^3 + t^2x$ (12) $f(t) = t^3 + t^2$

$f'_{a,b}(x) =$ ______ $f'_t(x) =$ ______ $f'(t) =$ ______

(13) $f_x(t) = x^3 + t$ (14) $f_{a,b}(t) = at^3 + bt$ (15) $f_a(x) = x^{a+3} + x$

$f'_x(t) =$ ______ $f'_{a,b}(t) =$ ______ $f'_a(x) =$ ______

b) Bestimme die Ableitungsfunktion f′ nach den Ableitungsregeln und berechne jeweils f′(2).

(1) $f(x) = 2x^4 + 2x$ (2) $f(x) = 0{,}2x^3 + 0{,}5x^2 - x + 1$ (3) $f(x) = -2x^2 + 5x + 13x$

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______

$f'(2) =$ ______ $f'(2) =$ ______ $f'(2) =$ ______

(4) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x$ (5) $f(x) = \frac{2}{3}x^5 + \frac{1}{3}x^4 + \frac{2}{5}x + 5$ (6) $f_a(x) = ax^3 + ax^2 + ax + a$

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'_a(x) =$ ______

$f'(2) =$ ______ $f'(2) =$ ______ $f'_a(2) =$ ______

c) Berechne die Ableitungsfunktion f′ nach den Ableitungsregeln. Untersuche, wann die Ableitung den angegebenen Wert annimmt.

(1) $f(x) = 2x^2$ (2) $f(x) = 0{,}2x^2 + 0{,}5x$ (3) $f(x) = -2x^3 + 6x$

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______

$f'(x) = 0$, wenn $x =$ ______ $f'(x) = 1$, wenn $x =$ ______ $f'(x) = 0$, wenn $x =$ ___ oder $x =$ ___

(4) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - 5x$ (5) $f(x) = x^5 + 5$ (6) $f_a(x) = ax^2$

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'_a(x) =$ ______

$f'(x) = 3$, wenn $x =$ ______ $f'(x) = 5$, wenn $x =$ ___ oder $x =$ ___ $f'_a(x) = a$, wenn $x =$ ______

d) Schreibe die Wurzeln und Brüche als Potenzen der Form x^a und bestimme die Ableitung mithilfe der Ableitungsregeln.

(1) $f(x) = \frac{1}{x} =$ ______ (2) $f(x) = \frac{1}{x^2} =$ ______ (3) $f(x) = \frac{x^2}{x^5} =$ ______

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______

(4) $f(x) = \sqrt{x} =$ ______ (5) $f(x) = \sqrt[3]{x} =$ ______ (6) $f(x) = \sqrt[5]{x^2} =$ ______

$f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______ $f'(x) =$ ______

Ma Jg:	Ab: Vertiefungsfach Mathe	Sj:
Name:	**M6 – Veränderungen/Abl - Standardaufgaben**	Datum:

3 Berechnung von Tangentengleichungen mithilfe der Ableitung

a) Bestimme die Gleichung der Tangente im Punkt P.

(1) $f(x) = x^3 + x^2 + x$; $P(2\,|\,f(2))$ (2) $f(x) = -x^3 + 2x^2$; $P(-1\,|\,f(-1))$ (3) $f(x) = -0{,}6x^4 + 5x^2$; $P(1\,|\,f(1))$

t(x) = ______ t(x) = ______ t(x) = ______

(4) $f(x) = -2x^3 + 2x^2 + 1$; $P(3\,|\,f(3))$ (5) $f(x) = \frac{1}{2}x^3 + x^2 + \frac{1}{4}x$; $P(4\,|\,f(4))$ (6) $f(x) = \frac{1}{3}x^4 + \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{8}$; $P(2\,|\,f(2))$

t(x) = ______ t(x) = ______ t(x) = ______

(7) $f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$; $P(0{,}5\,|\,f(0{,}5))$ (8) $f(x) = x^2 + 2x$; $P\left(\frac{1}{3}\middle|f\left(\frac{1}{3}\right)\right)$ (9) $f(x) = \frac{1}{7}x^2 + \frac{1}{5}x$; $P\left(\frac{7}{3}\middle|f\left(\frac{7}{3}\right)\right)$

t(x) = ______ t(x) = ______ t(x) = ______

b) In welchem Punkt verläuft die Tangente an den Graphen von f parallel zur Geraden g mit $g(x) = 2x + 1$?

(1) $f(x) = x^2 + x$ (2) $f(x) = x^3$ (3) $f(x) = -5x^2$

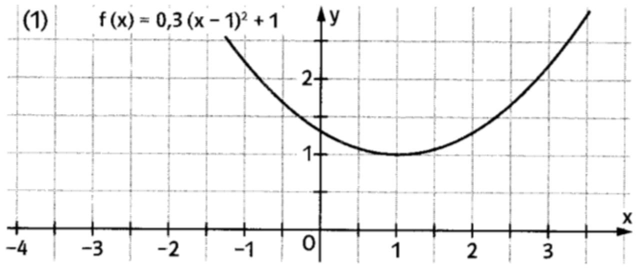
In P(___|___) In P(___|___) und in Q(___|___) In P(___|___)

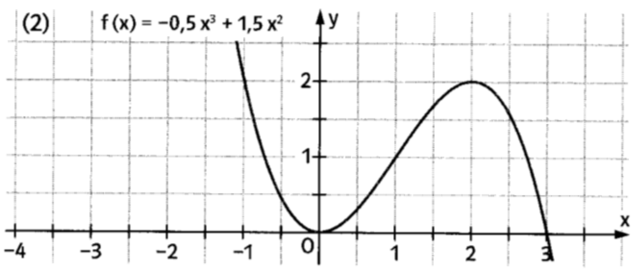
(4) $f(x) = -x^2 + 2$ (5) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{4}x$ (6) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + \frac{1}{8}x$

In P(___|___) In P(___|___) In P(___|___) und in Q(___|___)

4 Am Graphen ablesen, wo die Ableitung positiv bzw. negativ ist

a) Gib die Bereiche an, in denen die Ableitung der Funktion f positiv bzw. negativ ist.





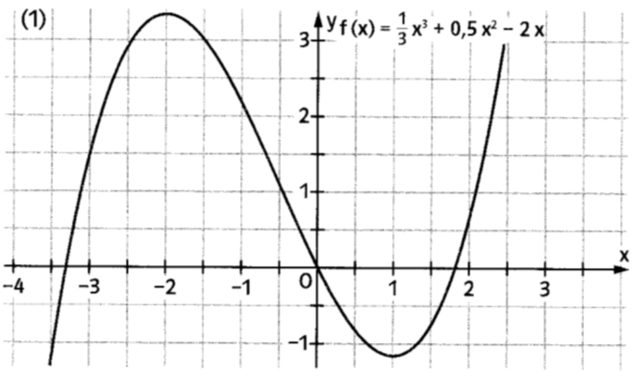
Ableitung positiv: ______ Ableitung positiv: ______

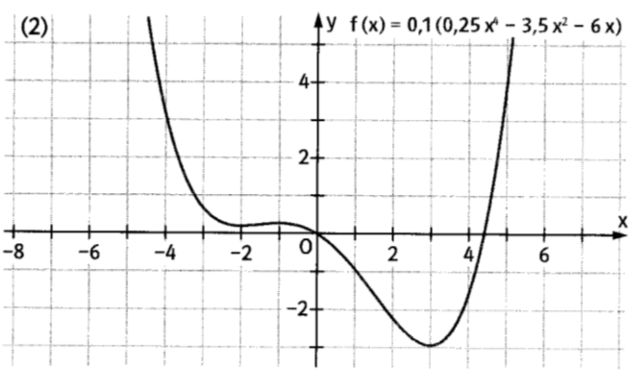
______ ______

Ableitung negativ: ______ Ableitung negativ: ______

______ ______

b) Gib mithilfe der Zeichnung an, an welchen Stellen die Ableitung null sein muss.



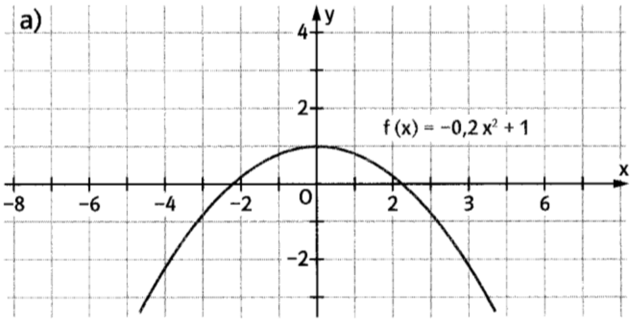


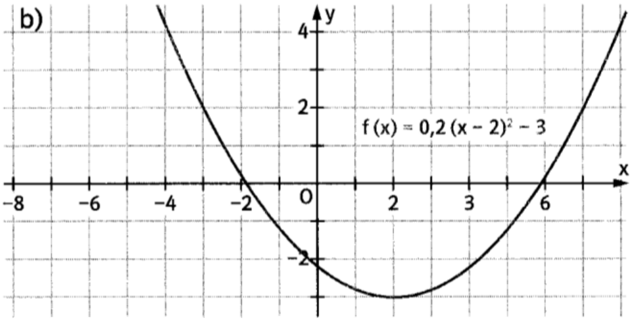
f'(x) = 0, wenn ______ f'(x) = 0, wenn ______

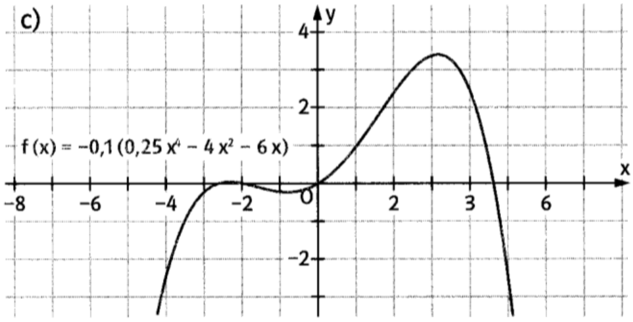
Ma Jg:	Ab: Vertiefungsfach Mathe	Sj:
Name:	**M6 – Veränderungen/Abl - Standardaufgaben**	Datum:

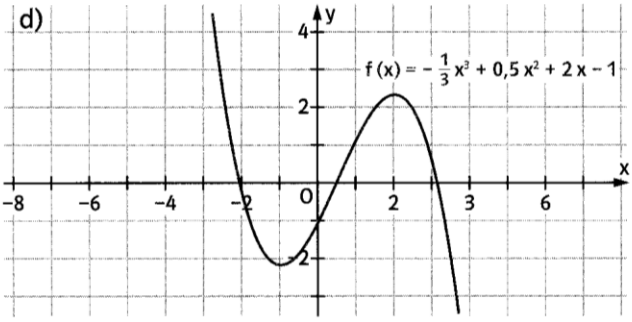
5 Graph der Ableitungsfunktion skizzieren

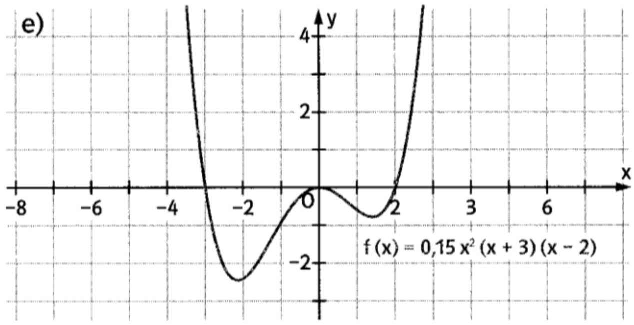
Der Graph der Funktion f ist gegeben. Skizziere den Graphen der Ableitungsfunktion f′ in dasselbe Koordinatensystem.

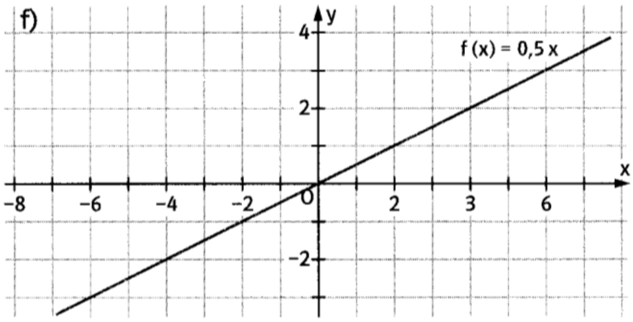


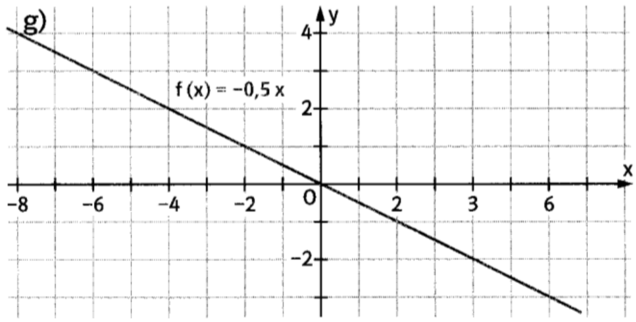


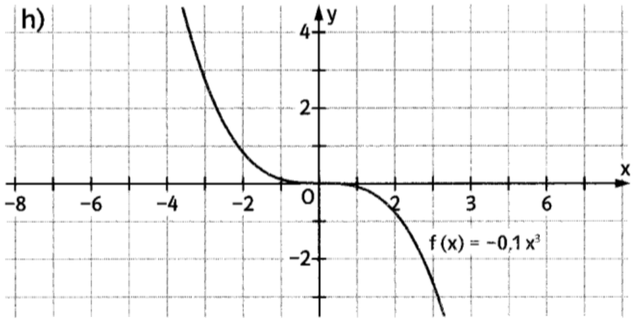


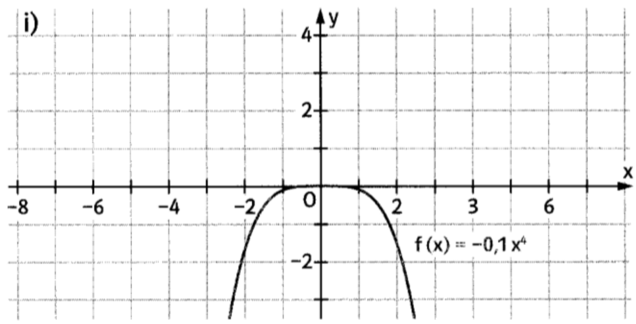


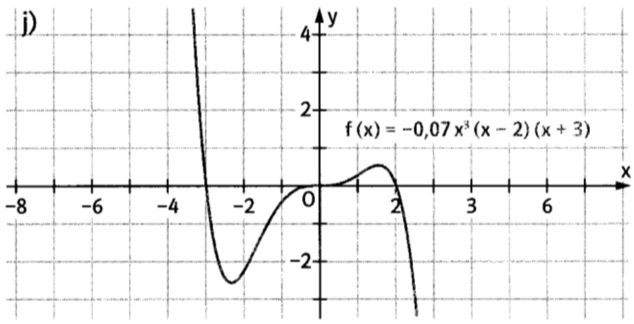












Ma Jg:	Ab: Vertiefungsfach Mathe	Sj:
Name:	**M6 – Veränderungen/Abl - Standardaufgaben**	Datum:

6 Bedeutung der Ableitung im Sachzusammenhang

a) Die Anzahl der Zuschauer während eines Reitturniers wird für $x \in [0; 4{,}85]$ näherungsweise durch die Funktion f mit $f(x) = -4x^4 + 90x^2 + 100$ beschrieben, wobei x die seit Einlass um 15:00 Uhr vergangene Zeit in Stunden ist.
Bestimme die Ableitungsfunktion $f'(x)$, berechne $f'(2)$ und erkläre die Bedeutung im Kontext.

$f'(x) =$ ______________________ $f'(2) =$ ______________________

Bedeutung im Kontext: ______________________

b) Die Strecke in m, die ein 200-m-Läufer nach t Sekunden zurückgelegt hat, wird näherungsweise durch die Funktion f mit $f(t) = -0{,}02t^3 + 0{,}85t^2 + t$ beschrieben.
Bestimme die Ableitungsfunktion $f'(t)$ und erkläre die Bedeutung der Ableitung im Kontext.

$f'(t) =$ ______________________

Bedeutung im Kontext: ______________________

Berechne $f(20)$ und $f'(20)$. Welche Bedeutung haben diese Werte im Sachzusammenhang?

$f(20) =$ ____________ Bedeutung: ______________________

$f'(20) =$ ____________ Bedeutung: ______________________

c) Die Funktion f mit $f(t) = 0{,}02t^3 - 0{,}29t^2 + 0{,}9t + 5$ gibt für $t \in [0; 8]$ näherungsweise die Höhe des Wassers in Metern in einem Hafen an, wobei t in Stunden die vergangene Zeit seit Mitternacht angibt.
Berechne $f'(t)$. Welche Bedeutung hat die Ableitung im Kontext?

$f'(t) =$ ______________________

Bedeutung im Kontext: ______________________

Berechne die Höhe des Wassers um 4 Uhr. ______________________

Untersuche, ob das Wasser um 4 Uhr in den Hafen zufließt (Flut) oder abfließt (Ebbe).

____

____

d) An einem Sommertag verkauft ein Eishändler Eis auf der Straße. Die Menge (in kg) an Eis, die er seit 10 Uhr verkauft hat, lässt sich für $x \in [0; 10]$ näherungsweise durch die Funktion f mit $f(x) = 0{,}02x^3 - 0{,}2x^2 + x + 2$ beschreiben, wobei x die Zeit in Stunden seit 10 Uhr angibt.
Berechne die Ableitung $f'(x)$ und erkläre die Bedeutung der Ableitung im Kontext.

$f'(x) =$ ______________________

Bedeutung im Kontext: ______________________

Berechne $f'(4)$ und $f'(8)$. Vergleiche die Werte und erkläre die Bedeutung für den Sachzusammenhang.

____

____

Begründe, warum die Ableitungsfunktion im Intervall $[0; 10]$ nicht negativ sein darf.

____

____

Ma Jg:	Ab: Vertiefungsfach Mathe	Sj:
Name:	**M6 – Veränderungen/Abl - Standardaufgaben**	Datum:

7 Durchschnittliche Änderungsrate und momentane Änderungsrate

a) Die Funktion f gibt jeweils die von einem Fahrzeug x Sekunden nach dem Start zurückgelegte Strecke (in m) an. Berechne jeweils die durchschnittliche Geschwindigkeit v_D (in $\frac{m}{s}$) in den ersten 10 Sekunden und die momentane Geschwindigkeit v_{10} nach 10 Sekunden.

(1) $f(x) = x^2$

v_D = ________ $\frac{m}{s}$ v_{10} = ________ $\frac{m}{s}$

(2) $f(x) = 2x^2$

v_D = ________ $\frac{m}{s}$ v_{10} = ________ $\frac{m}{s}$

(3) $f(x) = 3x^2$

v_D = ________ $\frac{m}{s}$ v_{10} = ________ $\frac{m}{s}$

(4) $f(x) = -0{,}01x^3 + 0{,}2x^2 + x$

v_D = ________ $\frac{m}{s}$ v_{10} = ________ $\frac{m}{s}$

b) Die Funktion f mit $f(t) = 0{,}12t^4 - 2{,}4t^3 + 12t^2$ gibt für $t \in [0; 10]$ die Höhe eines Drachens (in m) an, die er t Sekunden nach dem Start vom Boden hat.
Berechne die Höhe des Drachens nach 5 Sekunden und nach 10 Sekunden.

Höhe nach 5 Sekunden: ________________ Höhe nach 10 Sekunden: ________________

Berechne die durchschnittliche Höhenzunahme in $\frac{m}{s}$ innerhalb der ersten 5 Sekunden nach dem Start und innerhalb der ersten 10 Sekunden nach dem Start.

Durchschnittliche Höhenzunahme im Intervall [0; 5]: ________________

Durchschnittliche Höhenzunahme im Intervall [0; 10]: ________________

Berechne die momentane Höhenzunahme für t = 5 und t = 10. Was kann man aus diesen Werten folgern?

Mom. Höhenzunahme bei t = 5: ____________ $\frac{m}{s}$; Folgerung: ________________

____

Mom. Höhenzunahme bei t = 10: ____________ $\frac{m}{s}$; Folgerung: ________________

____

8 Vorzeichen der Ableitung rechnerisch untersuchen

Untersuche, an welcher Stelle die Ableitung von f ihr Vorzeichen wechselt. Welche Schlussfolgerung lässt sich hieraus für den Graphen von f ziehen?

a) $f(x) = -4x^2 + 8x$

Für x < ______ ist die Ableitung ____________

Für x > ______ ist die Ableitung ____________

Der Graph hat bei x = ______ einen ____________

b) $f(x) = 0{,}5x^2 + 10x$

Für x < ______ ist die Ableitung ____________

Für x > ______ ist die Ableitung ____________

Der Graph hat bei x = ______ einen ____________

c) $f(x) = -x^3 + 12x$

Für x < ______ ist die Ableitung ____________

Für ______ < x < ______ ist die Ableitung ____________

Für x > ______ ist die Ableitung ____________

Der Graph hat bei x = ______ einen ____________

und bei x = ______ einen ____________

d) $f(x) = 0{,}5x^3$

____

____

____

____

____

Viel Erfolg